La posición y el momento de un sistema cuántico (ejercitación)

Obtener la relación de conmutación entre los operadores de posición y de momento sobre una coordenada en un sistema cuántico:

$$[\hat{p}_x, \hat{x}] = \hat{x}\hat{p}_x f(x) - \hat{p}_x \hat{x} f(x)$$

<u>Solución:</u>

El operador del momento lineal en mecánica cuántica sobre una coordenada cartesiana x es $-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ y la expresión de conmutación cuando se actúa sobre una función *f(x)* puede expresarse como:

$$\hat{x}\hat{p}_x f(x) = \hat{x}\left(-i\hbar \frac{\partial f(x)}{\partial x}\right)$$

$$= p_x \hat{x}$$

También:

$$\hat{p}_x \hat{x} f(x) = -i\hbar\left(\frac{\partial x}{\partial x} f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} x\right)$$

$$= -i\hbar f(x) - i\hbar \frac{\partial f(x)}{\partial x} x$$

$$= -i\hbar f(x) + p_x x$$

por lo que:

$$\hat{x}\hat{p}_x f(x) - \hat{p}_x \hat{x} f(x) = +i\hbar f(x)$$

que en términos de operadores queda:

$$\boxed{[\hat{p}_x, \hat{x}] = \hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x \hat{x} = +i\hbar}$$

Esto quiere decir que el operador de posición $\hat{x}$ y el de momento lineal sobre esa coordenada $\hat{p}_x$ no conmutan, porque su conmutador $[\hat{p}_x, \hat{x}]$ no es nulo.