

## FUNCIONES DE ONDA DE SPIN

Durante mediciones de la interacción de haces atómicos con campos magnéticos, *Stern* y *Gerlach* en 1922 encontraron que los haces de átomos de *Ag* se comportaban de forma “anormal” dando lugar a números cuánticos azimutales fraccionarios, no enteros como ocurre con el momento angular orbital  $m_l$ .

En 1925, *Goudsmit* y *Uhlenbeck* interpretaron los resultados a través de un **momento magnético intrínseco** del electrón que responde a:

$$\vec{M}_s = -g_s \mu_B \vec{S} / \hbar$$

donde  $\vec{S}$  es el **momento angular intrínseco** o *spin* del electrón,  $g_s$  es la razón giromagnética de spin (una constante sin dimensiones), y  $\mu_B$  es el *magnetón de Bohr*, dado por:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9.27(10^{-24}) \text{ JT}^{-1}$$

(recordar la unidad *Tesla*, T, de densidad de flujo magnético).

Se definió un **número cuántico de spin**  $s$  tal que:

$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{3}{4}}\hbar$$

de acuerdo con las magnitudes que se midieron. Ésto hace que ese número cuántico **tenga un valor fraccionario igual a  $\frac{1}{2}$** , a diferencia de los valores enteros del número cuántico del momento angular  $m_l$ .

Por otra parte, la componente sobre un eje cartesiano del momento angular de *spin* puede solo tomar los valores  $m_s \hbar$ , donde:

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

es **el número cuántico de las proyecciones del *spin*** sobre esa dirección de coordenadas.

Sea también la **función de onda de *spin***  $\chi_{s,m_s}$ , la que llamaremos simplificada como  $\alpha$  y  $\beta$  según:

$$\alpha = \chi_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} \quad ; \quad \beta = \chi_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$$

Se define el **operador cuadrático del momento angular de *spin***  $\hat{S}^2$  con la expresión:

$$\hat{S}^2 \chi_{s,m_s} = s(s+1)\hbar^2 \chi_{s,m_s}$$

y se pueden definir también tres **operadores asociados con las direcciones del momento angular de *spin***, que son  $\hat{S}_x$ ,  $\hat{S}_y$  y

$\hat{S}_z$ . Así:

$$\hat{S}_z \chi_{s,m_s} = m_s \hbar \chi_{s,m_s}$$

Consecuentemente todos cumplen con las relaciones de conmutación entre sí de los operadores correspondientes del momento angular, de las que la más importante ahora es que:

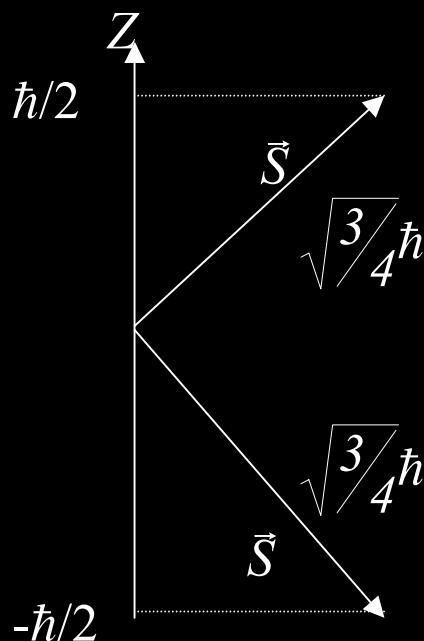
$$[\hat{S}^2, \hat{S}_z] = 0$$

De esta forma:

$$\hat{S}_z \alpha = \frac{\hbar}{2} \alpha$$

$$\hat{S}_z \beta = -\frac{\hbar}{2} \beta$$

que en unidades atómicas (sin la  $\hbar$ ) hace los acostumbrados valores de  $\pm 1/2$  para el *spin* del electrón.



**Modelo vectorial del *spin* para una partícula de *spin* de un medio**