



# **INFORME EN OPCIÓN A PREMIO NACIONAL DE LA ACADEMIA DE CIENCIAS DE CUBA**

## **2012**

**Compendio de resultados sobre los  
modelos micro-macro para el estudio  
de nuevos materiales compuestos y el  
efecto de la propagación de ondas**

Facultad de Matemática y Computación de la Universidad de La Habana

**Título:** Compendio de resultados sobre los modelos micro-macro para el estudio de nuevos materiales compuestos y el efecto de la propagación de ondas

**Unidad Ejecutora Principal del Resultado:** Facultad de Matemática y Computación de la Universidad de La Habana.

**Otras Entidades Participantes:** Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF) y Universidad de Ciencias Informáticas (UCI)

### **Autores**

1. Dr. Julián Bravo Castillero (UH)
2. Dr. Raúl Guinovart Díaz (UH)
3. Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos (UH)
4. Dr. José A. Otero Hernández (ICIMAF)
5. MC. Yoanh Espinosa Almeyda (UH)
6. MC. Lázaro Maykel Sixto Camacho (UCI)

**Cifra de colaboradores científicos (17)**

### **Filiación de los Autores:**

Universidad de La Habana (UH). Facultad de Matemática y Computación. San Lázaro y L. Habana 4, CP. 10400. Teléfono: 879-57-71. Fax: 863-74-80.

Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF). Calle 15 No. 551 e/t C y D. Habana 4, CP 10400. CP. 10400. Teléfono: 832-07-71, Fax: 33-3373.

Universidad de Ciencias Informáticas (UCI), Departamento de Ciencias Básicas. Boyeros, CP 19370, Habana, Cuba.

### **Resumen**

En el presente trabajo, se muestran los resultados obtenidos en la predicción de propiedades macroscópicas para compuestos bifásicos reforzados por fibras cilíndricas distribuidas periódicamente en un medio homogéneo cuya celda representativa del compuesto es considerada hexagonal o cuadrada. Además de establecer formulas analíticas unificadas para predecir propiedades efectivas de compuestos fibrosos, se calculan propiedades globales de compuestos en los que una de las constituyentes del compuesto es auxético. Se extienden los resultados a materiales compuestos porosos con componentes magneto-electro-elásticos y se hallan relaciones universales para los mismos. Se estudian los compuestos laminados y se calculan propiedades macroscópicas para el caso en que una de las láminas tenga propiedades auxéticas. Se investiga el comportamiento de medios laminados magneto-electro-elásticos y medios laminados reforzados por fibras unidireccionales. También se analiza compuestos bifásicos reforzados por fibras cilíndricas distribuidas periódicamente y con contacto imperfecto tipo “muelle” entre la fibra y la matriz. Son reportadas fórmulas analíticas para estos nuevos compuestos lineales fibrosos. Técnicas variacionales en compuestos lineales para la determinación de propiedades de materiales compuestos son aplicadas. Se propone, nueva metodología para la evaluación numérica de las características globales de materiales compuestos lineales con estructuras geométricas más complejas y no necesariamente bajo contacto perfecto entre la fibra y la matriz. Se estudia la propagación de ondas en materiales compuestos piezoeléctricos, magneto-electro-elásticos que no tienen adherencia perfecta entre la fibra y matriz. El efecto de una onda incidente sobre un medio compuesto piezoeléctrico es estudiado. La dispersión de la onda en medios compuestos magneto-electro-elásticos es reportada.

# **Breve caracterización y aporte científico de autores y colaboradores**

**Autor para la correspondencia:** Dr. Julián Bravo Castillero/Dr. Raúl Guinovart Díaz/Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos

Facultad de Matemática y Computación. Universidad de La Habana. San Lázaro y L, Vedado. Habana 4. CP 10400. [jbravo@matcom.uh.cu](mailto:jbravo@matcom.uh.cu), [guino@matcom.uh.cu](mailto:guino@matcom.uh.cu), [reinaldo@matcom.uh.cu](mailto:reinaldo@matcom.uh.cu)

Los autores de este trabajo son miembros del Grupo de Mecánica de Sólidos de la Facultad de Matemática y Computación de la Universidad de La Habana. Los autores principales Dr. Julián Bravo Castillero (*Autor Principal, 20%*), Dr. Raúl Guinovart Díaz (*Autor Principal, 20%*), Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos (*Autor Principal, 20%*), Dr. José A. Otero Hernández (*Autor Principal, 20%*) han desempeñado un papel importante en la realización de este trabajo. Ellos han brindado las ideas de los problemas a resolver relacionados con el cálculo de los coeficientes efectivos de materiales compuestos elásticos, piezoeléctricos, magneto-electro-elásticos lineales reforzados por fibras bajo contacto perfecto o imperfecto en la interfase. Han hecho contribuciones en la modelación de estos nuevos materiales con celdas en forma de cuadrado o hexágono y contacto perfecto e imperfecto, han diseñado y perfeccionado los programas de cómputos que permiten realizar el cálculo de las propiedades promedios a partir de la micro-estructura. Además han guiado los cálculos que se han efectuado y han ayudado a la comprensión e interpretación de los resultados publicados en revistas de alto prestigio dentro de la temática. Los autores principales han asesorado tesis de maestrías y doctorados relacionadas con las líneas de investigación antes mencionadas. Estas investigaciones fueron apoyadas y desarrolladas por M.C. Yoanh Espinosa Almeyda (*Otros autores, 10%*), M.C. Lázaro Maykel Sixto Camacho (*Otros autores, 10%*) los cuales figuran como otros autores dentro del presente trabajo. Cada uno de estos autores tiene sus aportaciones concretas dentro de este trabajo.

### **Caracterización de los colaboradores extranjeros**

#### **México (IIMAS/IF-UNAM, UACJ, IMP)**

Dr. Federico J. Sabina Císcar (IIMAS-UNAM)

Dr. Hector Camacho-Montes (UACJ)

Dr. Guillermo Monsivais. (IF-UNAM)

Dr. Valery Levin (IMP)

Dr. Oscar Valdiviezo-Mijangos (IMP)

MC. Mireya Ramírez (IIMAS-UNAM)

MC. Gerardo G. Nava-Gómez (UACJ)

Desde hace más de una década, el Grupo de Mecánica participa en proyectos conjuntos con investigadores del Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (IIMAS) de la UNAM. Esta colaboración ha sido muy productiva y útil para ambas partes. FJS es Doctor en Ciencias Físicas y un especialista de primer nivel en la especialidad de mecánica de los medios heterogéneos que posee la máxima categoría que otorga el Sistema Nacional de Investigaciones (SNI) de México. En 1998, FJS, obtuvo uno de los premios que otorga la Fundación Guggenheim. FJS es responsable del proyecto CONACYT “Caracterización de interfaces imperfectas de compuestos anisótropos periódicos usando ondas.” No. 129658. HCM es actualmente profesor tiempo completo y miembro del (SNI) de la Universidad Autónoma Ciudad Juárez (UACJ) e hizo la tesis de licenciatura y maestría asesorados por los autores de este trabajo. Se tiene colaboración con HCM desde hace más de 15 años y actualmente dirige el proyecto de investigación SEP-CONACYT 100559. OVM defendió su tesis doctoral bajo la dirección de FJS y trabaja en el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP). También en esta misma institución trabaja el destacado investigador VL, autor de varios libros y cuantiosas publicaciones en el campo de los materiales compuestos. GM es Doctor en Ciencias Físicas e investigador del Instituto de Física (IF) de la UNAM. Especialista de reconocido prestigio internacional en el campo de la propagación de ondas. Se colabora con dicho especialista desde hace 10 años. Colaboró en la asesoría

de la tesis de doctorado en Ciencias Físicas de José A. Otero quien es uno de los autores principales del presente trabajo. MR y GN son estudiantes de doctorado de FJS y HCM respectivamente apoyados por CONACyT y con los cuales se colabora en el marco de las visitas por intercambio académico que realizan los autores de este trabajo tanto al IIMAS como a la UACJ.

### **Francia**

Dr. Renald Brenner (Institut d'Alembert, Université Pierre et Marie Curie, France)

Dr. Houari Mechkour (Ecole Centrale d'Electronique, France)

RB es Doctor en Ingeniería Mecánica del Instituto D'Alembert de la Universidad Pierre et Marie Curie, Paris, Francia. Este instituto es considerado el de mayor nivel científico en su país. Es autor de numerosas publicaciones científicas.

Por otra parte, HM es un competente investigador, Doctor en Ciencias Matemáticas Aplicadas, y trabaja como profesor en la Escuela Central de Electrónica de Paris, autor de numerosos trabajos donde formaliza matemáticamente las técnicas de homogeneización aplicadas a materiales compuestos.

### **Alemania (Universidad de Magdeburg. Instituto de Mecánica)**

Dr. Harald Berger

Dr. Ulrich Gabbert

Dr. Sreedhar Kari

Dr. Juan Miguel Vivar-Pérez

HB, UG y SK son miembros de un Grupo de Ingenieros que desarrollan software profesional para el cálculo de propiedades efectivas de materiales compuestos usando el Método de Elementos Finitos (MEF) combinado con modelos micro-mecánicos. En particular desarrollan el MEF-celda unitaria. Este Grupo que dirige UG pertenece al Instituto de Mecánica de la Universidad Otto-von- Guericke de Magdeburg, Alemania. SK es un graduado de doctorado de dicho grupo en cuyos resultados de la tesis participaron los autores del presente trabajo. Además JMV realizó su tesis de licenciatura y maestría bajo la asesoría de los autores principales de este trabajo y posteriormente realizó y defendió su doctorado en el grupo de la Universidad de Magdeburg bajo la asesoría de UG. Esta colaboración se ha desarrollado apoyado por el proyecto DFG Graduiertenkolleg 828 de la Universidad de Magdeburg, Alemania, titulado "Micro-Macro Interactions in Structured Media and Particle Systems" y cuyo responsable del Proyecto es el profesor Ulrich Gabbert.

### **España (Laboratorio de Señales Ultrasónicas, Sistemas y Tecnologías (CSIC))**

Dr. Hector Calas del Castillo

HC es Doctor en Ciencias Físicas e investigador del CSIC. Es miembro del Laboratorio de Señales Ultrasónicas, Sistemas y Tecnologías, Madrid, España. Es un reconocido especialista en ultrasonido y piezoelectricidad y sus aplicaciones. Aparece como autor de publicaciones implicadas en este resultado. Su tesis de maestría fue asesorada por autores de este trabajo.

### **Estados Unidos**

Dr. Martin Ostoj-Starzewski (Departamento de Ciencia e Ingeniería Mecánica, Universidad de Illinois Urbana-Champaign, EU)

Dr. Igor Sevostianov (Departamento de Ingeniería Mecánica y Aeroespacial, Universidad Estatal de Nuevo México, EU)

MOS es Doctor en Ingeniería Mecánica y profesor actualmente del Departamento de Ciencia e Ingeniería Mecánica de la Universidad de Illinois Urbana-Champaign de los Estados Unidos. Se

prepararon los trabajos conjuntos siendo profesor del Departamento Ingeniería Mecánica de la Universidad de McGill, Montreal, Canadá. Profesor de gran prestigio dentro de la comunidad de Mecánica y ocupa cargos de dirección en la Academia Americana de Mecánica.

IS es Doctor en Mecánica de Sólidos y profesor del Departamento de Ingeniería Mecánica y Aeroespacial de la Universidad Estatal de Nuevo México en Estados Unidos. Autor de numerosos artículos en la especialidad de mecánica de sólidos y especialista de primer nivel en el campo de la modelación matemática de materiales compuestos. Forma parte del proyecto CONACYT “Caracterización de interfaces imperfectas de compuestos anisótropos periódicos usando ondas.” No. 129658.

**China (Instituto de Ingeniería Mecánica, Escuela de Ingeniería Civil. Universidad de Transporte de Beijing, China)**

MC. Humberto Brito Santana

HBS realiza sus estudios de doctorado en el Instituto de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Transporte de Beijing bajo la asesoría del Prof. Wang Y., y de los autores del presente trabajo. Sus estudios de maestría fueron realizados bajo la dirección de los autores de este trabajo.

**Inglaterra (Instituto de Matemáticas y Física, Universidad de Aberystwyth, Ceredigion, Wales)**

Dr. Argatov I.I

Argatov es un destacado matemático con más de 80 publicaciones científicas, más de 10 libros escritos y ha recibido numerosas distinciones científicas. Frecuenta el IIMAS invitado por el investigador Federico Sabina y la colaboración se ha realizado durante estas estancias.

**Descripción de la colaboración con los extranjeros**

El aporte científico del grupo de autores de este trabajo es relevante en comparación con los colaboradores extranjeros en cuanto a planteamiento de los problemas, modelación matemática y su solución. Las líneas de investigación del presente trabajo han sido propuestas y desarrolladas por los autores principales desde hace varios años como lo muestran las publicaciones precedentes las cuales han sido objetos de reconocimiento por la ACC en 1996, 2002, 2007.

La mayoría de las publicaciones que se relacionan en este trabajo son conjuntas con especialistas (matemáticos, ingenieros y físicos) de diferentes instituciones extranjeras. Las investigaciones reportadas en dichos artículos tienen como núcleo fundamental la aplicación de técnicas matemáticas (Método de Homogeneización Asintótica) a la modelación de materiales compuestos. Esta precisamente es la línea fundamental de trabajo de los autores principales desde hace más de una década. Los autores principales fueron los primeros en publicar en esta temática con respecto al resto de los colaboradores extranjeros, esto lo demuestra las siguientes publicaciones. Por ejemplo: Rodríguez-Ramos, R., Otero, J.A., Bravo-Castillero J., Sabina, F.J. Electromechanical properties of laminated piezoelectric composites. *Mechanics of Composite Materials* 32, 3, 286-291, 1996; Otero, J. A., Bravo-Castillero, J., Rodríguez-Ramos R. Homogenization of heterogeneous piezoelectric medium. Static Case. *Mechanics Research Communications* 24, 75-84, 1997; Rodríguez-Ramos, R., Otero, J. A., Castillero, J. B. On homogenization and effective coefficients in laminated piezocomposite materials. *Revista Mexicana de Física* 43, 5, 711-736, 1997; Bravo-Castillero, J., Guinovart, R., Otero, J. A., Rodríguez-Ramos, R. Electromechanical properties of continuous fibre-reinforced piezoelectric composites. *Mechanics of Composite Materials* 33, 5, 670-680, 1997. Posteriormente han surgido nuevas colaboraciones entorno a esta temática. En particular, con el Instituto de Mecánica de la Universidad de Magdeburg, los resultados conjuntos aparecen en el Grupo II (Estimaciones numéricas

FEM-Celda Unitaria). La aportación de los autores alemanes está orientada al uso de las técnicas numéricas de Elementos Finitos (en este campo ellos poseen gran experiencia) cuyos resultados numéricos se validan con los resultados semi-analíticos (ver, publicaciones del Grupo I) generados por los autores de este trabajo, usando la técnica de homogeneización asintótica. El papel fundamental de los autores del presente trabajo en estas publicaciones ha sido la aplicación de los resultados analíticos obtenidos en el trabajo para la puesta a punto de sus programas de cálculos aproximados. Esto muestra la importancia de las fórmulas analíticas del trabajo como control de sistemas computacionales encargados de calcular el comportamiento global de estructuras heterogéneas geométricamente más complejas. Por otra parte, la colaboración con los especialistas e investigadores mexicanos Dr. F. J. Sabina, Dr. H. Camacho-Montes así como con el profesor I. Sevostianov aprovechando el marco del proyecto conjunto CONACyT “Caracterización de interfaces imperfectas de compuestos anisótropos periódicos usando ondas” No. 129658 nos permitió discutir los resultados alcanzados y hacer las consultas bibliográficas necesarias en el IIMAS, UNAM relacionados con los artículos del Grupo I. Además el proyecto SEP-CONACYT 100559 a cargo del profesor H. Camacho-Montes ha apoyado estancias de trabajo conjunto para desarrollar investigaciones. El profesor Sabina es especialista en el Método Autoconsistente y el profesor Sevostianov es un prestigioso investigador en materiales compuestos. El primero de los dos incursionó por primera vez en la aplicación del Método de Homogeneización Asintótica a partir de su vinculación con los autores de este trabajo. Con el profesor Igor Sevostianov especialista en el método diferencial aplicado a estructuras compuestas se ha trabajado en la validación de los métodos teóricos usados, haciendo comparaciones entre los resultados que se derivan por el método diferencial y el método de homogeneización asintótica, este último utilizado por los autores de este trabajo.

El colaborador mexicano Dr. Guillermo Monsiváis brindó sus experiencias y conocimientos en la materia de propagación de ondas para poder realizar la extensión al caso de ondas que se propagan en medios magneto-electro-elásticos, así como en estructuras compuestas con contacto no ideal entre la fibra y la matriz. Además colaboró en la discusión y el análisis de los resultados derivados del modelo propuesto para el análisis de las curvas de dispersión tanto en materiales compuestos piezoeléctricos como en compuestos magneto-electro-elásticos bajo contacto perfecto e imperfecto en la interface fibra-matriz (artículos del Grupo III). Estas publicaciones la llevaron a cabo los autores junto con el profesor mexicano en el marco del proyecto “Emisión y propiedades acústicas en medios inhomogéneos” CONACYT, No. 82474.

El profesor Martin Ostoj-Starzewski tiene una amplia experiencia en el estudio de las estructuras helicoidales homogéneas así como en problemas termo-elásticos. Los autores principales le propusieron la posibilidad de aplicar la homogeneización asintótica a estructuras compuestas helicoidales con comportamiento termo-elásticos. En la actualidad se ha podido mostrar que estas estructuras helicoidales tienen aplicaciones en tejidos biológicos y en el ADN. Dicho profesor brindó las referencias bibliográficas relacionadas con la temática. Esta colaboración se inició en el marco de los preparativos del Octavo Congreso Panamericano de Mecánica Aplicada (PACAM) efectuado en La Habana, 2004. Con el profesor Martin Ostoj se colaboró intensamente en la confección de algunos artículos que figuran en el Grupo I y en particular el aquel entonces estudiante de maestría J.M. Vivar desarrolló un modelo aplicando el método de homogeneización asintótica para el estudio de estos compuestos helicoidales con contacto imperfecto en la interfase fibra-matriz.

El investigador H. Calas ha trabajado en el campo de los materiales piezoeléctricos y sus aplicaciones en el diseño de transductores ultrasónicos. Junto con el investigador los autores del presente trabajo han estudiado el efecto de la propagación de ondas en compuestos laminados piezoeléctricos, resultados derivados de su tesis de maestría cuyos asesores son autores de este trabajo y además han extendido este estudio al caso de medios laminados magneto-electro-elásticos no necesariamente bajo contacto perfecto en la adhesión entre las láminas.

El actual alumno de doctorado Humberto Brito, aplicó las técnicas variacionales para la predicción de propiedades efectivas de compuestos elásticos cuyos resultados forman parte de los artículos del Grupo I. Las derivaciones matemáticas y formulación de los problemas son parte de la tesis de maestría que realizó H. Brito cuyos asesores son los autores de este trabajo.



# Descripción de los resultados publicados. Originalidad y trascendencia

## **Compendio de resultados sobre los modelos micro-macro para el estudio de nuevos materiales compuestos y el efecto de la propagación de ondas**

**Autores:** Julián Bravo Castellero<sup>1</sup>, Raúl Guinovart Díaz<sup>1</sup>, Reinaldo Rodríguez Ramos<sup>1</sup>, José A. Otero Hernández<sup>2</sup>, Yoanh Espinosa Almeyda<sup>1</sup>, Lázaro Maykel Sixto Camacho<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>Universidad de La Habana. Facultad de Matemática y Computación. San Lázaro y L. Vedado. Habana 4. CP. 10400. Teléfono: 879-57-71.

<sup>2</sup>Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF). Calle 15 No. 551 e/t C y D. Vedado Habana 4, CP 10400. CP. 10400. Teléfono: 832-07-71.

<sup>3</sup>Universidad de Ciencias Informáticas (UCI), Departamento de Ciencias Básicas. Boyeros, CP 19370, Habana, Cuba.

### **Resumen**

En el presente trabajo, se desarrollan tres líneas de investigación (pertenecientes a la temática de Modelación Matemática de Materiales Compuestos desarrolladas en el Grupo de Mecánica) que proporcionan la obtención de propiedades efectivas de diferentes compuestos así como el estudio de la propagación de ondas en dichos materiales. Se reportan nuevas fórmulas analíticas y nuevas metodologías para la evaluación numérica de las características globales de materiales compuestos lineales.

### **Introducción**

La especialidad de Materiales Compuestos es una disciplina nueva en nuestro país que los autores han desarrollado y su contribución tiene mucho interés en la obtención de materiales con mejores propiedades globales que las de sus constituyentes en las más diversas aplicaciones prácticas.

Tres direcciones fundamentales de la investigación se han desarrollado para conseguir el propósito de estimar las propiedades globales de un número diverso de materiales compuestos y el efecto de la propagación de ondas en dichos medios (I. Predicción de propiedades efectivas de materiales compuestos. Métodos variacionales aplicados al cálculo de propiedades efectivas; II. Estimaciones numéricas usando FEM-Celda Unitaria; III. Propagación de ondas en medios heterogéneos). Como resultado se obtuvieron en este trabajo, por primera vez, importantes avances en la investigación de las propiedades macroscópicas lineales elásticos, termo-elásticos, piezoeléctricos, magneto-electro-elásticos, termo-magneto-electro-elásticos de materiales compuestos bifásicos reforzados con fibras cilíndricas unidireccionales distribuidas de manera periódica en un medio homogéneo a partir del conocimiento de la microestructura del compuesto. Además se estudiaron los materiales compuestos laminados elásticos, piezoeléctricos, magneto-electro-elásticos y se calcularon las propiedades efectivas en el caso de que una de las láminas del compuesto tenga propiedades auxéticas. También se investigaron los medios laminados reforzados por fibras cilíndricas en una dirección preferencial. Se investiga la propagación de ondas en medios piezoeléctricos o magneto-electro-elásticos compuestos bajo condición de contacto perfecto e imperfecto y los efectos que provocan determinados campos de fuerzas en dichos medios.

#### **I. Predicción de propiedades efectivas**

Se desarrollaron modelos matemáticos que tienen en cuenta el acoplamiento de los campos, por ejemplo se calcularon las propiedades termo-elásticos, piezoeléctricos, magneto-electro-elásticos, termo-magneto-electro-elásticos de compuestos fibrosos y se determinan, por primera vez, expresiones analíticas exactas para todas las propiedades efectivas de estos materiales compuestos. Además de establecer formulas analíticas unificadas para predecir propiedades efectivas de compuestos elásticos reforzados con fibras cilíndricas unidireccionales periódicamente distribuidas según dos arreglos diferentes (uno cuadrado y otro hexagonal) para diferentes niveles de truncamiento de los sistemas [1], se calculan propiedades globales de compuestos elásticos en los que una de las constituyentes del compuesto es auxético [2]. También se analiza compuestos bifásicos reforzados por fibras cilíndricas

distribuidas periódicamente y con contacto imperfecto tipo “muelle” entre la fibra y la matriz [3]. Son reportadas fórmulas analíticas para estos nuevos compuestos lineales fibrosos derivadas por el método diferencial y el método de homogeneización asintótica [4]. Se extienden los resultados a materiales compuestos porosos con componentes magneto-electro-elásticos y se hallan relaciones universales para los mismos [5]. Se resuelven los problemas locales de los problemas antiplanos para materiales compuestos magneto-electro-elásticos con condición de contacto imperfecto y se derivan las propiedades promedias [6]. El método de homogeneización asintótica es aplicado para la derivación de las propiedades de un compuesto reforzados por fibras termo-magneto-electro-elásticos [7]. Acoplamiento magneto-eléctrico y propiedades cruzadas son estudiados para materiales compuestos bifásicos [8]. A modo de validación, se comparan los resultados obtenidos en este trabajo mediante el método de homogeneización con experimentos publicados y con otras teorías reportadas, entre ellas, la teoría autoconsistente [9]. Los módulos electro-elásticos de compuestos trifásicos son reportados en [10]. El efecto del contacto imperfecto utilizando la técnica de homogeneización es estudiado para compuestos termo-elástico helicoidal [11]. En [12] compuestos termo-elásticos bifásicos son investigados y sus propiedades son reportadas. Se obtuvieron nuevas expresiones para los coeficientes térmicos para compuestos bifásicos fibrosos. Como una gran ventaja se observa que las expresiones analíticas tienen una forma muy simple y son de fácil implementación numérica lo cual facilita su uso. Se estudian los compuestos laminados y se calculan propiedades macroscópicas para el caso en que una de las láminas tenga propiedades auxéticas [13,14]. También se investiga el comportamiento de medios laminados electro-elástico reforzado por fibras unidireccionales [15], la respuesta de compuestos multiferroico aplicando la transformada rápida de Fourier [16] y el comportamiento de compuestos laminados magneto-electro-elásticos [17]. Se emplearon en todos los trabajos antes mencionados métodos de promediación a doble escala combinados con técnicas de la teoría de funciones de variable compleja. Como otra alternativa de cálculos de propiedades de materiales compuestos, se utilizaron técnicas variacionales en compuestos elásticos lineales para la determinación de propiedades de estos materiales [18].

## **II. Estimaciones numéricas vía FEM-Celda Unitaria**

Uno de los métodos numéricos de mayor potencia en la actualidad en los problemas de ingeniería, es el conocido Método de los Elementos Finitos (FEM), el auge del mismo se debe al impetuoso avance en las posibilidades de cálculo con las nuevas computadoras. El estudio de la influencia de los parámetros de la interfase sobre las propiedades efectivas de un material compuesto trifásico es reportado en [1]. Además, por dos diferentes métodos, la vía de FEM-celda unitaria así como la de homogeneización asintótica se calculan las propiedades termo-mecánicas de compuestos trifásicos [2]. Se estiman propiedades efectivas de compuestos tridimensionales provistos de una distribución arbitraria de inclusiones cilíndricas cortas [3] e inclusiones esféricas [4]. Los resultados numéricos obtenidos vía FEM-celda unitaria han servido de validación de los métodos de homogeneización empleados en el presente trabajo y vice-versa. Se comprueba la coincidencia de ambos modelos [5] y la factibilidad de que estos resultados alcanzados se apliquen en el diseño de sensores así como predecir los requerimientos técnicos en la confección de transductores ultrasónicos, de gran importancia en la industria médica, metalúrgica, etc.

## **III. Propagación de ondas en medios heterogéneos**

La propagación de ondas acústicas en las estructuras compuestas tiene el inconveniente que la onda se propaga a lo largo de un medio con propiedades físicas discontinuas, provocando la disipación de la misma. Con uso de los métodos asintóticos, se pueden encontrar las propiedades globales en los medios y entonces estudiar la propagación de la onda como un medio homogéneo equivalente al original y lograr así el análisis de las curvas de dispersión, analizar los diferentes modos de vibración del compuesto, los coeficientes de reflexión y transmisión de la onda incidente, etc. Se realizan estudios teóricos que permiten describir la propagación de ondas en estructuras heterogéneas de interés en las aplicaciones al diseño de transductores ultrasónicos. En este punto se introducen novedosas técnicas

numéricas relacionadas con la matriz de transferencia que hacen más eficiente la implementación computacional [1-4, 6]. Se realiza un estudio teórico que permite observar la propagación y el comportamiento de las ondas entre dos semi-espacios piezoeléctricos sujetos a contacto imperfecto entre los mismos [1]. Asociados con estos problemas, se realiza la extensión de la propagación de ondas a medios heterogéneos magneto-electro-elásticos con contacto imperfecto y se estudia la dispersión de las ondas [2]. Además, se estudia el efecto de la onda incidente en un medio laminado piezoeléctrico, la dependencia de la frecuencia con el ángulo de incidencia de la onda, la transmisión de la misma, etc. También se discute el análisis de las curvas de dispersión para estos tipos de medios compuestos piezoeléctricos [3, 4] y su extensión al caso de compuestos laminados magneto-piezoeléctricos se presenta en [6]. Por primera vez se inicia una investigación referente al comportamiento dinámico de las propiedades efectivas en materiales compuestos laminados. Para ello, se aplica el método de homogeneización asintótica para estudiar el efecto de la propagación de onda en compuestos laminados elásticos [5].

### **Originalidad e impacto científico de los resultados**

- Publicaciones en revistas de impacto internacional en el campo de la mecánica teórica y aplicada. Los resultados publicados están relacionados con la labor investigativa que realizan los especialistas, aspirantes a doctor y maestrantes involucrados en este trabajo y la calidad de las revistas donde se han publicado los trabajos refleja lo novedoso y la actualidad de los problemas resueltos. Estas revistas tienen un índice de impacto alto y además la mayoría de las revistas son de Elsevier.
- Participación en eventos, tanto nacionales como internacionales, que ha permitido la discusión y actualización de la temática que se investiga, así como valorar la aceptación y el alcance de los resultados obtenidos. Algunos de los resultados preliminares fueron comunicados en memorias de eventos internacionales sujetos a previo arbitraje internacional.
- Organización de ocho eventos internacionales que permite dar a conocer la temática de investigación y la profundidad del trabajo que se realiza.
- Participación en cuatro proyectos de investigación extranjeros, donde se incluye nuestra temática de investigación, lo cual revela la actualidad e importancia de los temas implicados en los resultados publicados. Estos proyectos han contribuido al desenvolvimiento de las investigaciones realizadas.
- Formación de recursos humanos en nuestro campo de investigación. Se asesoraron cuatro tesis de maestría cuya temática es muy actual y lo refleja el hecho de que los autores de los trabajos de maestrías son autores de las publicaciones aquí reportadas, ver [6,7,11] del Grupo I y [5] del Grupo III. Además se terminaron en este periodo dos tesis de doctorado cuyos autores aparecen como protagonistas de artículos publicados que no se han tenido en cuenta en este informe ya que por ejemplo, los artículos referente a la tesis “Un enfoque integrador de métodos asintóticos y variacionales para la evaluación del comportamiento efectivo de materiales compuestos magneto-electro-elásticos no lineales provistos de una estructura periódica” cuyo autor fue Leslie Darién Pérez Fernández fueron objeto de Premio de la ACC en el 2009 mientras que los artículos referidos a la tesis “Caracterización micromecánica de compuestos con condiciones de contacto imperfecto” cuyo autor es Juan Carlos Lopez Realpozo formarán parte de un informe para optar por alguna distinción de la ACC en el 2012. Además, se impartieron diferentes cursos de postgrado relacionados con las líneas de investigación de los estudiantes de licenciatura, maestría y doctorado.
- El trabajo está representado por un compendio de cuarenta y nueve artículos científicos, de los cuales veinte y nueve aparecen publicados en dieciséis revistas internacionales de primera línea, en el campo de la mecánica de los materiales compuestos y sus aplicaciones. Los restantes trabajos fueron reportados en memorias de eventos especializados con arbitraje. El arbitraje científico de los árbitros internacionales en cada publicación prueba la originalidad e importancia de los resultados obtenidos. Por otra parte, la publicación conjunta con prestigiosos especialistas en esta área del conocimiento es también una muestra del rigor científico de los resultados, y de la importancia de

la investigación que se realiza, pues la discusión e intercambio científico con ellos, sobre los nuevos resultados que se proponen, es una muestra más de la magnitud de estos trabajos.

Debido al desarrollo alcanzado en el campo de los Materiales Compuestos por este colectivo multidisciplinario de investigadores y profesores, dos autores de este trabajo (Julián Bravo-Castillero y Reinaldo Rodríguez Ramos) han sido copresidentes así como miembros del comité organizador del único evento de la Academia Americana de Mecánica (AAM), en particular del X Congreso Panamericano de Mecánica Aplicada (PACAM) efectuado en el 2008 y del XI Congreso Panamericano de Mecánica Aplicada (PACAM) en el 2010. Este congreso se efectúa cada 2 años y se ha convertido en un congreso importante dentro de la comunidad de investigadores.

El presente trabajo ha sido realizado con el apoyo de proyectos internacionales de investigación, los cuales son citados en los agradecimientos de cada publicación y que son enumerados en la próxima sección.

Otro aspecto importante que podemos mencionar, ha sido el impacto internacional que estas investigaciones han tenido, a pesar de ser recientes, lo que se demuestra en más de 60 citas realizadas por otros autores, las cuales están reportadas en diferentes revistas internacionales, dentro de los cuales podemos mencionar a modo de ejemplo algunas de ellas, véase Anexo.

### **Carácter multidisciplinario**

Los resultados implicados en el presente informe están basados en una amplia colaboración que refleja el trabajo multidisciplinario de 11 matemáticos (cinco autores de este trabajo y seis extranjeros de los cuales: dos investigadores son de México; uno de Francia; uno de Alemania, uno de China y uno de Inglaterra); seis físicos (un físico autor de este trabajo e investigador del ICIMAF; cuatro investigadores de México y uno de España); siete ingenieros (un investigador de México; uno de Francia; tres del referido Grupo alemán y dos de Estados Unidos). Por otra parte, cuatro de los seis autores son miembros del departamento de Matemática de la Facultad de Matemática y Computación de la UH. Esto es consecuencia necesaria de la naturaleza de los problemas científicos implicados en las tareas que se resuelven así como la necesidad de utilizar métodos matemáticos capaces de resolverlos.

### **Formación de recursos humanos**

Durante el período 2007-2012 se ha desarrollado la especialidad de Mecánica de Sólidos de manera ostensible en la Facultad de Matemática y Computación de la Universidad de La Habana y en el Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF) del CITMA. En particular en este período se han desarrollado 2 tesis de doctorado, 3 tesis de maestría y 8 trabajos de diploma en el campo de los Materiales Compuestos.

### **Conclusiones**

Se destaca que el núcleo de los problemas abordados es la aplicación de métodos matemáticos a la modelación de medios heterogéneos lo cual representa, desde hace más de una década, el campo fundamental de investigación del Grupo de Mecánica de Sólidos de la Facultad de Matemática y Computación de la Universidad de La Habana. A este Grupo pertenecen los autores del presente trabajo. La Tabla que se brinda en la última sección cuantifica de manera resumida la actividad científica desarrollada en este período y algunos reconocimientos obtenidos.

Las comparaciones con los resultados reportados en la literatura y la validación con otros métodos teóricos reportados por colaboradores de este trabajo ilustran que los modelos matemáticos descritos pueden ser de mucha utilidad para la validación de resultados experimentales, modelos teóricos y numéricos que se continúan desarrollando en la actualidad, sustentando así la trascendencia de este trabajo. Estos trabajos han tenido un positivo impacto en la comunidad científica internacional, algunos de los artículos publicados ya han sido citados por otros autores y se reconoce el nivel alcanzado en este campo. Las investigaciones desarrolladas han contribuido a la formación de recursos humanos en nuestro país y representan una guía importante para investigadores experimentales del Departamento de Ultrasonía del ICIMAF, dedicada a la confección y puesta en práctica de transductores ultrasónicos.

## Anexo

### Resultados publicados en el periodo de referencia

#### I. Predicción de propiedades efectivas de materiales compuestos. Métodos variacionales aplicados al cálculo de propiedades efectivas

##### •Compuestos fibrosos elásticos, termo-elásticos, piezoelectricos, magneto-electro-elásticos, termo-magneto-electro-elásticos

1. Bravo-Castillero, J., Guinovart-Díaz, R., Rodríguez-Ramos, R., Sabina, F.J., Brenner, R. Unified analytical formulae for the effective properties of periodic fibrous composites. *Materials Letters* 73, 68-71, 2012.
2. Nava-Gómez, G., Camacho-Montes, H., Sabina, F.J., Rodríguez-Ramos, R., Fuentes, L., Guinovart-Díaz, R. Elastic properties of an orthotropic binary fiber-reinforced composite with auxetic and conventional constituents. *Mechanics of Materials* 48, 1-25, 2012.
3. Sabina, FJ; Guinovart-Díaz, R; Rodríguez-Ramos, R; López-Realpozo, JC; Bravo-Castillero, J. Overall properties in fibrous elastic composite with imperfect contact condition. *International Journal of Engineering Science*, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijengsci.2012.06.017>.
4. Sevostianov, I., Rodríguez-Ramos, R., Guinovart-Díaz, R., Bravo-Castillero, J., Sabina, F.J. Connections between different models describing imperfect interfaces in periodic fiber-reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures* 49, 13, 1518-1525, 2012.
5. Bravo-Castillero, J., Guinovart-Díaz, R., Rodríguez-Ramos, R., Mechkour, H., Brenner, R., Camacho-Montes, H., Sabina, F.J. Universal relations and effective coefficients of magneto-electro-elastic perforated structures. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics* 65, 1, 65-81, 2011.
6. Espinosa-Almeyda, Y., López-Realpozo, J.C., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Guinovart-Díaz, R., Camacho-Montes, H., Sabina, F.J. Effects of interface contacts on the magneto electro-elastic coupling for fiber reinforced composites. *International Journal of Solid and Structures* 48, 1525-1533, 2011.
7. Bravo-Castillero J., Rodríguez-Ramos R., Mechkour H., Otero J.A., Cabanas J.H., Sixto, L.M., Guinovart-Díaz R., Sabina F.J. Homogenization and effective properties of periodic thermomagnetoelastoelectric composites. *Journal of the Mechanics of Materials and Structures* 4, 5, 819-836, 2009.
8. Camacho-Montes, H., Sabina, F.J., Bravo-Castillero, J., Guinovart-Díaz, R., Rodríguez-Ramos, R. Magnetolectric coupling and cross-property connections in a square array of a binary composite. *International Journal of Engineering Science* 47, 294-312, 2009.
9. Levin, V.M., Sabina, F.J., Bravo-Castillero, J., Guinovart-Díaz, R., Rodríguez-Ramos, R., Valdiviezo-Mijangos, O.C. Analysis of effective properties of electroelastic composites using the self-consistent and asymptotic homogenization models. *International Journal of Engineering Science* 46, 818-834, 2008.
10. Guinovart-Díaz, R., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Sabina, F.J., Camacho-Montes, H. Electro-mechanical moduli of three-phase fiber composites. *Materials Letters* 62, 2385-2387, 2008.
11. Vivar-Perez, J.M., Bravo-Castillero, J., Rodríguez-Ramos, R., Ostoj-Starzewski, M. The effect of imperfect contact on the homogenization of a micro-periodic helix. *Journal of Mathematics and Mechanics of Solids* 13, 431-446, 2008.
12. Guinovart-Díaz, R., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Sabina, F.J., Dario Santiago, R., Martínez Rosado, R. Asymptotic analysis of linear thermoelastic properties of fiber composites. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 20, 4, 389-410, 2007.

**•Compuestos laminados elásticos, piezoeléctricos, magneto-electro-elásticos**

13. Ramírez, M., Nava-Gómez, G., Sabina, F.J., Camacho-Montes, H., Guinovart-Díaz, R., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J. Enhancement of Young's moduli and auxetic windows in laminates with isotropic constituents. *International Journal of Engineering Science* 58, 95-114, 2012.
14. Argatov, I.I., Guinovart-Díaz, R., Sabina, F.J. On local indentation and impact compliance of isotropic auxetic materials from the continuum mechanics viewpoint. *International Journal of Engineering Science* 54, 42-57, 2012.
15. Brenner, R., Bravo-Castillero, J., Mesejo-Leon, D. Investigation of the effective response of 2-1-2 piezoelectric composites. *Procedia IUTAM* 3, 292-300, 2012.
16. Brenner R, Bravo-Castillero, J. Response of multiferroic composites inferred from a FFT-based numerical scheme. *Smart Materials & Structures* 19, 115004, 2010.
17. Bravo-Castillero, J., Rodríguez-Ramos, R., M. Mechkour, Otero, J.A., Sabina, F.J. Homogenization of magneto-electro-elastic multilaminated materials. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics* 61, 3, 311-332, 2008.

**•Principios variacionales aplicados a la obtención de propiedades efectivas elásticas**

18. Rodriguez-Ramos, R., Guinovart-Diaz, R., Bravo-Castillero, J., Sabina, F.J., Berger, H., Kari, S., Gabbert, U. Variational bounds for anisotropic elastic multiphase composites with different shapes of inclusions. *Archive of Applied Mechanics* 79, 695-708, 2009.

**II.Estimaciones numéricas usando FEM-Celda Unitaria**

1. Kari, S., Berger, H., Gabbert, U., Rodriguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Guinovart-Diaz, R. Evaluation of influence of interphase material parameters on effective material properties of three phase composites. *Composites Science and Technology* 68, 684-691, 2008.
2. Berger, H., Kurukuri, S., Kari, S., Gabbert, U., Rodriguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Guinovart-Diaz, R. Numerical and analytical approaches for calculating the effective thermo mechanical properties of three-phase composites. *Journal of Thermal Stresses* 30, 8, 801-917, 2007.
3. Berger, H., Kari, S., Gabbert, U., Rodriguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Guinovart-Diaz, R. Evaluation of effective material properties of randomly distributed short cylindrical fiber composites using a numerical homogenization technique. *Journal of Mechanics of Materials and Structures* 2, 8, 1561-1570, 2007.
4. Kari, S., Berger, H., Rodriguez-Ramos, R., Gabbert, U. Computational evaluation of effective material properties of composites reinforced by randomly distributed spherical particles. *Composite Structures* 77, 223-231, 2007.
5. Kari, S., Berger, H., Rodriguez-Ramos, R., Gabbert, U. Numerical evaluation of effective material properties of transversely randomly distributed unidirectional piezoelectric fiber composites. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 18, 361-372, 2007.

**III.Propagación de ondas en medios heterogéneos**

1. Otero, J.A., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Monsivais, G. Interfacial waves between two piezoelectric half-spaces with electromechanical imperfect interface. *Philosophical Magazine Letters* doi 10.1080/09500839.2012.698758.
2. Otero, J. A., Calas, H., Rodriguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Aguiar, A. R., Monsivais G. Dispersion relations for SH waves on a magneto-electro-elastic heterostructure with imperfect interfaces. *Journal of Mechanics of Materials and Structures* 6, 7, 2011.
3. Rodríguez-Ramos, R., Calás, H., Otero, J.A., Guerra, V., Ramos, A., Wang, Y.S. Shear horizontal wave in multilayered piezoelectric structures: effect of frequency, incidence angle and constructive parameters. *International Journal of Solid and Structures* 48, 2941-2947, 2011.

4. Calás, H., Rodríguez-Ramos, R., Otero, J.A., Leija, L., Ramos, A., Monsivais, G. Dispersion curves of shear horizontal wave surface velocities in multi-layer piezoelectric systems. *Journal of Applied Physics* 107, 044511, 2010.
5. Vivar-Pérez J.M., Gabbert U., Berger H., Rodríguez-Ramos R., Bravo-Castillero J., Guinovart-Díaz R. Sabina, F.J. A dispersive non-local model for wave propagation in periodic composites. *Journal of the Mechanics of Materials and Structures* 4, 5, 951-976, 2009.
6. Calas, H., Otero, J.A., Rodríguez-Ramos, R., Monsivais, G., Stern, C. Dispersion relations for SH wave in magneto-electro-elastic heterostructures. *International Journal of Solid and Structures* 45, 5356-5367, 2008.

### **Ejemplo de algunos trabajos que citan nuestras publicaciones**

1. A fully automated numerical tool for a comprehensive validation of homogenization models and its application to spherical particles. Ghossein, E., Lévesque, M. *International Journal of Solids and Structures* 49, 1387–1398, 2012.
2. An equivalent single-layer model for magnetoelectroelastic multilayered plate dynamics. Milazzo, A. *Composite Structures* 94, 2078–2086, 2012.
3. Quantifying the effects of strains on the conductivity and porosity of LiFePO<sub>4</sub> based Li-ion composite cathodes using a multi-scale approach. Awarke, A., Lauer, S., Wittler, M., Pischinger, S. *Computational Materials Science* 50, 871-879, 2011.
4. Compressive and thermal postbuckling behaviors of laminated plates with piezoelectric fiber reinforced composite actuators. Hui-Shen Shen, Zheng Hong Zhu. *Applied Mathematical Modelling* 35, 1829–1845, 2011.
5. On dispersion relations of waves in multilayered magneto-electro-elastic plates. Yu Jiangong, Ding Juncai, Ma Zhijuan. *Applied Mathematical Modelling* 36, 5780–5791, 2012.



Participación en eventos,  
proyectos, asesoría de tesis.  
Premios recibidos

Los resultados antes mencionados han sido presentados en diferentes eventos nacionales e internacionales, en los cuales, en ocasiones por razones de financiamiento no participamos directamente los autores de este trabajo, pero los trabajos han sido presentados por los colaboradores extranjeros. Relacionamos a continuación los trabajos publicados y presentados en los eventos.

### **Publicaciones en memorias de congresos/conferencias con arbitraje**

1. *10<sup>th</sup> World Congress on Computational Mechanics, 8-13 July 2012, Sao Paulo, Brasil.*
  - Rodríguez-Ramos, R., de Medeiros, R., Guinovart-Díaz, R., Bravo-Castillero, J., Otero, J. A., Tita, V. Numerical and analytical approaches for computing effective elastic properties in composite materials under imperfect contact adherence.
2. *Proceedings of PACAM XII (12th Pan-American Congress of Applied Mechanics - PACAM XII, Port of Spain, Trinidad, January 2-6, 2012.*
  - Aguiar, A.R., Bravo-Castillero, J., Paulo Silva, U., Rodríguez-Ramos, R. Effective electromechanical properties of 622 piezoelectric medium with unidirectional cylindrical holes.
3. *Proceedings of the ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress & Exposition, IMECE2011, November 11-17, 2011, Denver, Colorado, USA.*
  - Rodríguez-Ramos, R., López-Realpozo, J.C., Guinovart-Díaz, R., Bravo-Castillero, J., Otero, J.A., Sabina, F.J. Micro-macro characterization of effective properties for fibrous composites with parallelogram cells and imperfect contact condition.
4. *5to Taller de Física de la Materia Condensada y Molecular. Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma del Estado de Morelos. 9-12 de Enero, 2012.*
  - Zaldivar Gerpe, Y., Espinosa-Almeyda, Y., Propiedades efectivas axiales de materiales reforzados por fibras laminadas.
  - Bravo-Castillero, J., Rodríguez-Ramos, R., Guinovart-Díaz, R., Mechkour, H., Brenner, R., Camacho-Montes, H., Sabina, F.J. Homogeneización, relaciones universales y coeficientes efectivos de estructuras perforadas magneto-electro-elásticas.
  - Guinovart-Díaz, R., Rodríguez-Ramos, R., Lopez-Realpozo, J.C., Bravo-Castillero, J., Otero, J.A., Sabina, F.J. Caracterización de las propiedades efectivas de compuestos fibrosos con adhesión imperfecta.
5. *Proceedings of PACAM XI (11th Pan-American Congress of Applied Mechanics - PACAM XI January 04-08, 2010. Foz do Iguaçu, PR, Brasil. ISBN 978-85-85205-97-3. Copyright c 2009 by ABCM:*
  - (PAC0071) Peñate, H.C., Rodríguez-Ramos, R., Rivalta, M.C., Bravo-Castillero, J., Sabina, F.J. Self-consistent analysis of waves in piezoelectric composites with multiple inclusions.
  - (PAC0121) Berger, H., Gabbert, U., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Guinovart-Díaz, R. A numerical homogenization technique for piezoelectric composites with arbitrary fiber distribution.
  - (PAC0236) Rodríguez-Ramos, R., López-Realpozo, J.C., Guinovart-Díaz, R., Bravo-Castillero, J., Sabina, F.J. Micromechanical characterization of the effective properties for angular piezoelectric fibrous composites with imperfect contact condition.
  - (PAC0553) Otero, J.A., Calas, H., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Aguiar, A.R. Influence of imperfect bonding on interface of magneto-electro-elastic heterostructures: SH waves dispersion relations.

6. Rosado Martinez, R. Rodríguez-Ramos, R., López-Realpozo, J.C., Guinovart-Díaz, R., Bravo-Castillero, J. Plane electro-elastic moduli of fiber composites with interphase. *LII Congreso Nacional de la Sociedad Mexicana de Física. Octubre, 2009. Guerrero, Acapulco, México.*
7. Guinovart-Díaz, R., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Sabina, F.J., Camacho-Montes, H., Yue-Sheng Wang. Plane magneto-electro-elastic moduli of fiber composites with interphase. *Second International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering. Editors: Jinsong Leng, Anand K. Asundi, Wolfgang Ecke. July 8–11, 2009. Weihai, China.*
8. López-Realpozo, J.C., Sabina, F.J., Rodríguez-Ramos, R., Guinovart-Díaz, R., Bravo-Castillero, J. Piezoelectric fibrous composites with imperfect contact condition. *COMPUMAT. Noviembre 2009, La Habana, Cuba.*
9. Espinosa-Almeyda, Y., López-Realpozo, J.C., Sabina, F.J., Rodríguez-Ramos, R., Guinovart-Díaz, R., Bravo-Castillero, J. Estudio del problema antiplano para un compuesto fibroso con constituyentes magneto-piezo-eléctricas y condiciones de contacto imperfectas. *COMPUMAT. Noviembre 2009. La Habana, Cuba.*
10. *Tenth Pan-American Congress of Applied Mechanics Volume 12, Editor Thomas Attard, January 7-11, 2008. ISBN 978-0-615-18385-5.*
  - Vivar-Pérez, J.M, Rodríguez-Ramos R, Bravo-Castillero J, Guinovart-Díaz R, Gabbert U, Berger H. Dispersive non-local model for wave propagation in periodic composites. pp. 1-4
11. Berger, H., Kari, S., Gabbert, U., Rodríguez-Ramos, R. Prediction of effective material properties for randomly distributed spherical particle reinforced composites using a general numerical homogenization technique. *Proceedings of the Sixth International Conference on Composite Science and Technology (ICCST6), January 22-24, 2007. Durban, South Africa. CD-ROM, ISBN: 1-86840-642-3. <http://www.ukzn.ac.za/Mecheng/ICCST319.aspx>*
12. Berger, H., Kari, S., Gabbert, U., Rodríguez-Ramos, R., Bravo-Castillero, J., Guinovart-Díaz, R. Numerical approaches for calculating the effective thermo-mechanical properties of three-phase composites. *International Congress on Thermal Stresses 2007 (ICTS), 04.06-07.06, Taipei (Taiwan).*

En este período los autores principales Dr. Julián Bravo Castillero, Dr. Raúl Guinovart Díaz, Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos asesoraron las siguientes tesis de doctorados, maestrías y diplomas conjuntamente con el colaborador mexicano Federico J. Sabina Císcar:

#### **Tesis de doctorado**

1. Título: Caracterización micromecánica de compuestos con condiciones de contacto imperfecto. Autor: Juan Carlos Lopez Realpozo. Institución: Universidad de la Habana, Facultad de Matemática y Computación. Asesores: Reinaldo Rodríguez-Ramos, Raul Guinovart-Díaz, Julián Bravo Castillero, Federico J. Sabina Císcar. Año de presentación: Julio, 2012.
2. Título: Un enfoque integrador de métodos asintóticos y variacionales para la evaluación del comportamiento efectivo de materiales compuestos magneto-electro-elásticos no lineales provistos de una estructura periódica. Autor: Leslie Darién Pérez Fernández. Institución: Universidad de la Habana, Facultad de Matemática y Computación. Asesores: Julián Bravo Castillero, Reinaldo Rodríguez-Ramos, Federico J. Sabina Císcar. Año de presentación: Febrero, 2010.

#### **Tesis de maestría**

1. Autor: Lázaro Sixto Camacho. Título de la tesis: Homogeneización de compuestos termo-magneto-electro-elásticos con estructura periódica. Asesores: Julián Bravo Castillero, Reinaldo

- Rodríguez-Ramos, Raul Guinovart Díaz. Facultad de Matemática y Computación. Departamento de Matemáticas. Universidad de la Habana, Junio, 2010.
2. Autor: Yoanh Espinosa Almeida. Título de la tesis: Obtención de los coeficientes efectivos para materiales compuestos fibrosos Magneto-Electro-Elástico con contacto imperfecto. Problema antiplano. Asesores: Raul Guinovart Díaz, Reinaldo Rodríguez-Ramos, Juan C. López-Realpozo, Julián Bravo Castillero, Hector Camacho-Montes. Facultad de Matemática y Computación. Departamento de Matemáticas. Universidad de la Habana, Junio, 2010.
  3. Autor: Juan Miguel Vivar Pérez. Título de la tesis: Homogeneización en hélices micro-periódicas. Asesores: Reinaldo Rodríguez-Ramos, Julián Bravo Castillero, Raul Guinovart Díaz. Facultad de Matemática y Computación. Departamento de Matemáticas. Universidad de la Habana, Junio, 2007.

### **Trabajos de diploma realizados y defendidos en la Facultad de Matemática y Computación**

1. Propiedades efectivas axiales de materiales elásticos con fibras multicapas, defendida por Yanelly Zaldivar Gerpe el 20 de junio de 2012. Asesores: Raul Guinovart Díaz, Yoanh Espinosa Almeyda, Reinaldo Rodríguez-Ramos, Julián Bravo Castillero.
2. Aproximación biomecánica del crecimiento de un tumor, defendida por Ariel Ramírez Torres el 26 de junio de 2012. Asesores: Reinaldo Rodríguez-Ramos, Julián Bravo Castillero, Raul Guinovart Díaz.
3. Cotas variacionales para los coeficientes efectivos de la ecuación del calor en medios fibrosos con contacto imperfecto, defendida por Gabriela López Ruiz el 27 de junio de 2012. Asesores: Julián Bravo Castillero, Reinaldo Rodríguez-Ramos, Raul Guinovart Díaz.
4. Resolución del problema inverso para compuestos laminados elásticos e isotrópicos, defendida por Claudia Permuy Diaz. Asesores: Dr. Juan Manuel Otero Pereira, Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos, Dr. Julián Bravo Castillero, Dr. Raúl Guinovart Díaz. Año: Junio, 2011.
5. Fundamentación matemática del modelo de las vibraciones de una barra elástica heterogénea, defendido por Jose Manuel Caballero Rodríguez. Asesores: Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos, Dr. Julián Bravo Castillero, Dr. Raúl Guinovart Díaz. Año: Junio, 2010.
6. Obtención de los coeficientes efectivos para materiales compuestos fibrosos magneto-electro-elástico con contacto imperfecto, defendido por Yoanh Espinosa Almeyda. Asesores: MSc. Juan Carlos López Realpozo, Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos, Dr. Julián Bravo Castillero, Dr. Raúl Guinovart Díaz, Dr. Hector Camacho Montes. Año: Junio, 2008.
7. Homogeneización asintótica en materiales compuestos piezoeléctricos con contacto imperfecto, defendido por Adonai Navas García. Autores: MSc. Juan Carlos López Realpozo, Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos, Dr. Julián Bravo Castillero, Dr. Raúl Guinovart Díaz. Año: Junio, 2008.
8. Diseño de materiales compuestos, defendido por José Carlos Carballo Miret. Asesores: R. Rodríguez Ramos, J. Bravo-Castillero, R. Guinovart-Díaz. Año: Julio, 2007.

### **Participación en proyectos nacionales y extranjeros**

Este trabajo se ha realizado con el apoyo de los siguientes proyectos de investigación. Estos proyectos han contribuido al intercambio científico y cubierto gastos de estancias en eventos e instituciones extranjeras:

- 1) Proyecto titulado “Caracterización de interfaces imperfectas de compuestos anisótropos periódicos usando ondas.” Institución: CONACYT e Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas de la UNAM, México, No. 129658. Periodo de duración: 2011-2013. Responsable del proyecto: Investigador Titular, Dr. Federico Sabina Ciscar, IIMAS, UNAM.

- 2) Proyecto titulado “Viscosidad uniaxial en cerámicos vidriados y arcillosos por medio de un sistema termo-visual novedoso y su relación con la evolución microestructural.” Institución: SEP-CONACYT 100559.
- 3) Proyecto titulado “Emisión y propiedades acústicas en medios inhomogéneos.” Institución: CONACYT e Instituto de Física, UNAM, México, No. 82474. Periodo de duración: 2011-2013 Responsable del proyecto: Investigador Titular, Dr. Guillermo Monsivais Galindo, IF., UNAM.
- 4) Proyecto apoyado por DFG Graduiertenkolleg 828 de la Universidad de Magdeburg, Alemania, titulado “Micro-Macro Interactions in Structured Media and Particle Systems” Responsable del Proyecto: Ulrich Gabbert.

### **Organización de eventos**

Los autores principales Dr. Julián Bravo Castillero, Dr. Raúl Guinovart Díaz, Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos, Dr. José A. Otero Hernández han organizado los siguientes eventos:

#### **Internacionales**

1. Organización del XV, XIV, XIII, XII, XI, X Talleres sobre Wavelets, Ecuaciones Diferenciales y Mecánica, desarrollados en la Facultad de Matemática y Computación en Febrero, 2012, 2011, 2010, 2009, 2008, 2007.
2. IX, X Congresos Panamericano de Mecánica Aplicada (PACAM) efectuados en Mérida, Yucatán, México. Enero, 2-6, 2006 y en Foz do Iguaçu, Paraná-Brazil. Enero 4 -8, 2010.

### **Premios recibidos en esta etapa**

- La Universidad de La Habana le otorgó al Grupo de Mecánica de Sólidos en el 2010 el Premio “Al colectivo de investigación más destacado en el trabajo de investigación y en la promoción de los procesos innovativos”.
- Premio Anual del año 2009 de la Academia de Ciencias de Cuba del Ministerio de Ciencias, Tecnologías y Medio Ambiente al trabajo titulado “Un enfoque integrador de métodos asintóticos y variacionales en la estimación del comportamiento efectivo de compuestos no lineales” cuyos autores principales son Leslie Darién Pérez Hernández, Julián Bravo Castillero, Reinaldo Rodríguez Ramos, entre otros autores figuran Raúl Guinovart Díaz, Humberto Brito Santana y como colaboradores extranjeros Federico J. Sabina y Gerard A. Maugin.
- La Agencia de Energía Nuclear y Tecnologías de Avanzada del CITMA premió la contribución “Cotas variacionales para el potencial efectivo de compuestos no lineales”, Enero 2009.
- Premio Anual del año 2006 de la Academia de Ciencias de Cuba del Ministerio de Ciencias, Tecnologías y Medio Ambiente al trabajo titulado “Cálculo de leyes efectivas y propagación de ondas de materiales compuestos lineales y no lineales” cuyos autores principales son Reinaldo Rodríguez Ramos, Julián Bravo Castillero, Raúl Guinovart Díaz, José A. Otero Hernández, figuran entre otros autores Juan Miguel Pérez Vivar, Leslie Darién Pérez Fernández, Juan Carlos López Realpozo, Hector Calas del Castillo y fueron premiados los colaboradores extranjeros Federico J. Sabina, Oscar Valdiviezo Mijanjós, Guillermo Monsivais, Gerard Maugin, Harald Berger, Ulrich Gabbert, Shreedhar Kari.

# Resumen de los resultados

En la siguiente tabla resumimos los resultados antes mencionados

**Tabla de resumen**

Artículos publicados en revistas internacionales	29
Publicaciones en memorias con arbitraje de eventos internacionales de la especialidad	17
Participación en eventos especializados	12
Asesoría a trabajos de diploma	8
Asesoría a tesis de maestría	3
Asesoría a tesis de doctorado	2
Participación en proyectos extranjeros	4
Organización de eventos internacionales	8
Premios recibidos durante esta etapa	4